

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Иркутский государственный педагогический университет»

Факультет математики, физики и информатики

Утверждено
на заседании совета факультета
математики, физики и информатики
протокол № 4 от 27.12.2006г.
Председатель совета _____
(Н.Д.Кузьмина)

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДПП.Ф.09. Математическая логика и теория алгоритмов

Специальность: 050202 Информатика

Квалификация: Учитель информатики

Курс: 2

Семестр: 4

Форма обучения: очная

Количество часов на дисциплину: 130 час.

Количество аудиторных часов: 80 час.

Лекций: 40 час.

Практических занятий: 40 час.

Самостоятельная работа: 50 час.

Итоговый контроль: зачет

I Организационно-методический раздел

Место дисциплины

Дисциплина является одной из основных дисциплин федеральной компоненты предметной подготовки бакалавра физико-математического образования по профилю математика. Ее включение в учебный план шестого семестра третьего курса определяется тем фактором, что к этому времени студенты должны уже освоить достаточный объем математических дисциплин, изучить основные логические конструкции в курсах «Логика» или «Обще-логические и формально-логические способы познания в математике» достаточные для освоения содержания математической логики. Осознание логики построения и оценки истинности суждений, оценки правильности умозаключений, умений строить посылки и следствия из совокупностей суждений и многое другое, составляющее содержание курса «Математическая логика и теория алгоритмов» способствует углублению понимания дисциплин общей профессиональной подготовки, направленных на освоение теории и методики обучения математике.

Цель дисциплины

- актуализация, структурирование и математизация знаний в области формальной логики; овладение приемами формализации математическими средствами (математическое моделирование) логических конструкций;
- формирование профессиональных умений по использованию логического аппарата в процессе обучения;
- развитие логической и математической культуры (мышление и речи);
- получение фундаментальных и прикладных знаний в области математики;
- получение представления о проблемах обоснования математики;
- формирование исследовательских умений общенаучного, специализированного математического и методического характера, в том числе формирование навыков владения современными методами анализа научной и научно-методической литературы для развития умений трансформирования научных результатов в педагогическую деятельность.

Задачи дисциплины:

- ввести в проблематику математической логики;
- сформировать базовый понятийный аппарат, необходимый для восприятия и осмысления последующих курсов в блоке математических, информационных и методических дисциплин;
- заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических, информационных и методических дисциплин;
- ввести в новый метаязык математики, позволяющий включать в рассмотрение новые максимально-обобщенные математические объекты и фиксировать результаты исследований;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- сформировать навыки применения аппарата математической логики к решению содержательных логических задач;

- дать представление о применении математической логики в создании вычислительной техники и языков программирования;
- дать представление о роли математической логики в решении проблем обоснования математики;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области математической логики и сопряженных с ней областях знаний;

Принципы отбора содержания и организации учебного материала

Содержание дисциплин распределяется между лекционной, практической и самостоятельной частями на основе принципов преемственности и дополнительности. В лекционном курсе главное место отводится теоретическим сведениям, обсуждается их практическое применение. На практических занятиях, посредством решения задач, теоретические сведения доводятся до понимания и применения как внутри предметного, так и межпредметного, а также профессионально-педагогически ориентированного. На самостоятельное изучение выносятся отдельные теоретические темы и их практическое применение, или вопросы практического применения теории лекционного курса, или теоретическое обоснование методов решения задач, изучаемых на практических занятиях.

Требования к освоения содержания дисциплины

Студент должен знать:

- определения основных понятий;
- формулировки утверждений;
- описания алгоритмов (процессов построения объектов, решения задач, доказательств утверждений...);
- классификации изучаемых объектов по различным основаниям (формул и секвенций по строению, истинности и выводимости; теорий по способам построения и основным характеристикам и т.д.);

Студент должен уметь:

- использовать язык алгебры высказываний и алгебры предикатов для формализации суждений и умозаключений из различных предметных областей (особое внимание обратить на школьную математику);
- классифицировать и преобразовывать суждения и умозаключения, используя их модели, построенные средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов;
- определять тип формул (алгебры высказываний и алгебры предикатов), используя различные методы;
- проверять правильность рассуждений;
- строить следствия из данных утверждений и посылки для заданного утверждения;
- доказывать полноту и неполноту различных систем логических связок (операций);
- применять алгебру высказываний к реализации булевых функций и упрощению релейно-контактных схем;

- строить формальные аксиоматические теории исчисления высказываний и исчисления предикатов в секвенциальной форме;
- строить выводы (линейный и в виде дерева) теорем исчисления высказываний и исчисления предикатов;
- доказывать независимость исчисления высказываний;
- описывать формальные аксиоматические теории основных классов алгебраических систем (групп, колец, полей, упорядоченных множеств и т.д.);

Студент должен владеть:

- способами применения специальных математических, обще-логических, формально-логических и других способов познавательной деятельности к объектам математической логики (приемами анализа формулировок задач, теорем, преобразования выражений);
- способами применения аппарата математической логики в процессе изучения различных предметных областей (выделять предметы, связи и отношения между ними, строить символные модели суждений и умозаключений, анализировать и преобразовывать их и интерпретировать в исходной предметной области)

Виды контроля

По дисциплине предусматриваются следующие виды контроля:

- текущий контроль по каждой учебной единице в балльно-рейтинговой форме;
- рубежный контроль по итогам изучения содержания каждого модуля;
- итоговый контроль в форме зачета

Текущий контроль

Текущий контроль освоения каждой учебной единицы осуществляется на лекционных или практических занятиях, в зависимости от места, роли и содержания учебной единицы в общем содержании дисциплины.

Формы проведения текущего контроля:

- проверка выполнения домашних практических и теоретических заданий;
- проверка результатов выполнения тестов по каждой теме, приведенных в учебном пособии;
- проведение проверочных работ по графику, определенному в карте самостоятельной работы студента.

Типовые варианты заданий по каждой учебной единице и требования к ее изучению сформулированы в учебном пособии по математической логике, которое должно быть у каждого студента в печатном или электронном варианте.

Рубежный контроль

- Рубежный контроль проводится по окончании изучения модуля в виде контрольной работы, содержащей теоретические и практические задания.

В зависимости от наличия или отсутствия аудиторного времени, контрольная работа может быть выполнена во внеаудиторном режиме по индивидуальным карточкам. Время проведения контрольных работ указано в карте самостоятельной работы студента.

Темы контрольных заданий по первому модулю «Алгебра высказываний»:

- проверка правильности рассуждений с применением критериев, которые, в свою очередь, выявляют знания критериев тождественной истинности формул алгебры высказываний, основанные на умении эквивалентными преобразованиями строить нормальные формы для формул алгебры высказываний; умение строить совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний;
- построение следствий из заданных посылок, содержащих только простые высказывания, входящие в исходные посылки (всех, некоторых);
- построение посылок для заданного утверждения;
- применение моделирования суждений средствами алгебры высказываний для выявления необходимых и достаточных условий, построение обратных, противоположных и обратно-противоположных суждений;
- применение моделирования средствами алгебры высказываний релейно-контактных схем с целью их упрощения или построения по определенным условиям.

Темы контрольных заданий по второму модулю «Алгебра предикатов»:

- доказательство выполнимости или опровержимости формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов;
- построение модели суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов;
- доказательство эквивалентности формул алгебры предикатов;
- доказательство эквивалентности суждений с применением алгебры предикатов;
- упрощение суждений с применением алгебры предикатов;

Темы контрольных заданий по третьему модулю «Аксиоматические теории»:

- построение доказательств (линейных и в виде дерева) для формул и секвенций исчисления высказываний;
- доказательство допустимости правил вывод исчисления высказываний;
- доказательство независимости аксиом и правил вывода исчисления высказываний;
- выделение логической структуры содержательного доказательства теорем школьного курса математики и построение ее схемы в терминах правил вывода исчисления высказываний;
- построение системы аксиом средствами исчисления предикатов для какой-либо содержательной теории.

Оцениваются работы по следующей схеме:

- «отлично» - выполнены все задания либо без недочетов, либо с техническими недочетами типа «описка» и т.д.;
- «хорошо» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в одном или двух заданиях; выполнены без недочетов все задания, кроме одного;
- «удовлетворительно» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в более чем двух заданиях; выполнена без недочетов половина заданий и с недочетами еще хотя бы одно задание;
- «неудовлетворительно» - во всех случаях, не перечисленных в предыдущих пунктах.

Перевод традиционной оценки по контрольной работе в баллы рейтинга проводится в соответствии с правилом: «отлично» - максимум баллов, «удовлетворительно» - минимум баллов, «хорошо» - среднее арифметическое между максимумом и минимумом, «неудовлетворительно» - ноль баллов.

Итоговый контроль:

Зачет выставляется по итогам работы в семестре – выполнение домашних заданий, проверочных и контрольных работ, составление конспектов по теоретическим вопросам, вынесенным на самостоятельное изучение.

Планирование содержания дисциплины

№	Название модуля	Часы аудиторных занятий		Часы самостоятельной работы	Всего часов
		лекции	практические занятия		
1	Основы классической (формальной логики)	10	10	10	32
2	Алгебра высказываний	10	10	12	33
3	Алгебра предикатов	10	10	14	32
4	Аксиоматические теории	10	10	14	33
	Всего часов	40	40	50	130

II Содержание дисциплины

Модуль 1 Основы классической (формальной логики)

Учебные элементы:

1. Основные свойства правильного мышления – последовательность, определенность, непротиворечивость и т.д.
2. Основные формы мышления – понятия, суждения, умозаключения.
3. Виды понятий, операции над понятиями, отношения между понятиями.
4. Классификация простых и сложных суждений.
5. Операции над суждениями.
6. Основные виды дедуктивных, индуктивных и традуктивных умозаключений.
7. Основные понятия теории аргументации: гипотеза, подтверждение, опровержение, доказательство.

Модуль 2 Алгебра высказываний

Учебные элементы:

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы алгебра высказываний. Типы формул алгебра высказываний.
3. Типы множеств формул.
4. Эквивалентность формул алгебра высказываний. Основные эквивалентности. Способы проверки эквивалентности формул. Упрощение систем высказываний.
5. Полные и неполные системы связок.
6. Нормальные формы алгебра высказываний.
7. Критерии тождественной истинности и тождественной ложности формул алгебра высказываний.
8. Булевы функции и их реализация формулами алгебра высказываний.
9. Применение алгебры высказываний к упрощению релейно-контактных схем.
10. Отношение логического следования на множестве формул алгебры высказываний: определение, свойства, критерии правильности, применение для проверки правильности рассуждений, построения следствий из совокупности суждений и посылок для суждения.

Модуль 3 Алгебра предикатов

Учебные элементы:

1. Интуитивно философское и формальное математическое определение предиката, области определения и области истинности предиката
2. Типы предикатов.
3. Операции над предикатами.
4. Функции (операции) на множествах. Связь операций и предикатов.
5. Функциональные, предикатные символы, их интерпретация в разных множествах.
6. Формулы алгебры предикатов. Построение формальных моделей суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов.
7. Сигнатура. Алгебра предикатов заданной сигнатуры. Терм, формула. Свободные и связанные переменные. Алгебраическая система данной сигнатуры. Интерпретация формул заданной сигнатуры в алгебраических системах.
8. Формула алгебры предикатов: определение; интерпретация, истинностное значение.

9. Построение формальных моделей суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов.
10. Типы формул алгебры предикатов: выполнимая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная в алгебраической системе формула; выполнимая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная формула.
11. Эквивалентность формул алгебры предикатов: определение эквивалентности в алгебраической системе, в классе алгебраических систем, логическая эквивалентность (независимо от интерпретаций), свойства эквивалентности.
12. Основные эквивалентности алгебры предикатов, способы доказательства эквивалентности и неэквивалентности формул, применение эквивалентных преобразований к преобразованию суждений.

Модуль 4 Аксиоматические теории и теория алгоритмов

Учебные элементы:

1. Аксиоматические теории: содержательные и формальные; способы построения теорий, примеры. Интерпретации и модели аксиоматических теорий. Свойства аксиоматических теорий: непротиворечивость, полнота, независимость, разрешимость, категоричность.
2. Аксиоматическая теория исчисления высказываний в секвенциальной форме: описание процесса построения; определения компонент - формул, секвенций, аксиом, правил вывода, выводов (доказательств), теорем.
3. Допустимые правила вывода. Квазивывод. Эквивалентность вывода и квазивывода.
4. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления предикатов.
5. Истинность и тождественная истинность формул и секвенций. Характеризация доказуемых формул и секвенций.
6. Полнота исчисления высказываний (теорема Геделя).
7. Непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний.
8. Независимость исчисления высказываний.
9. Аксиоматическая теория исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме: описание процесса построения; определения компонент - формул, секвенций, аксиом, правил вывода, выводов (доказательств), теорем.
10. Истинность и тождественная истинность формул и секвенций. Характеризация доказуемых формул и секвенций.
11. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления предикатов. Доказательство основных эквивалентностей.
12. Аксиоматические теории первого порядка: определение, способы построения, примеры теорий первого порядка из различных разделов математики с различными свойствами.

1.

III Организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов складывается из следующих основных элементов:

1. Самостоятельное изучение отдельных вопросов учебной программы:

Модуль 1	Доказательство основных законов равносильности АВ.
	Доказательство полноты систем логических операций $\{\neg, \rightarrow\}$, $\{\downarrow\}$. Доказательство неполноты $\{\neg\}$.
	Доказательство двойственных теорем о свойствах формул АВ.
Модуль 2	Доказательство допустимости некоторых правил вывода ИВ.
	Доказательство того, что некоторые правила вывода сохраняют тождественную истинность секвенций.
	Характеристические свойства некоторых правил вывода при доказательстве независимости аксиом в ИВ.
Модуль 3	Построение примеров формализации математических предложений о геометрических и числовых объектах.
	Доказательство свойств формул, истинных или ложных в данной интерпретации, свойств тавтологий.
	Доказательство основных законов равносильности АП.
Модуль 4	Доказательство допустимости некоторых правил вывода ИП ^Σ .
	Доказательство основных эквивалентностей в ИП ^Σ .
	Доказательство формул в элементарной теории полей. Доказательство теорем формальной арифметики.

2. Составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение.
3. Подготовка к практическим занятиям.
4. Выполнение контрольных работ по темам практических и теоретических занятий.

V Контроль качества усвоения дисциплины

Текущий контроль

- проведение кратковременных контрольных (тестовых) работ с целью проверки практических умений по отдельным темам;
- математические диктанты с целью проверки усвоения понятий и основных теоретических положений по отдельным темам;
- домашние контрольные работы по вопросам, вынесенным на самостоятельное изучение.

Рубежный контроль

- проведение 5 контрольных по окончании каждого модуля.

Темы контрольных работ

Модуль 1	Совместность множества формул. Логическое следование.
Модуль 2	Исчисление высказываний: построение деревьев вывода

Модуль 3	Формализация математических предложений средствами алгебры предикатов
Модуль 4	Исчисление предикатов: доказательство формул Доказательство формул в теориях первого порядка

Итоговый контроль

Программа зачета

1. Формулы АВ. Типы формул. Основные равносильности АВ.
2. Множества формул: совместные и противоречивые. Критерии совместности.
3. Полнота систем логических операций.
4. КНФ, ДНФ, СКНФ, СДНФ формул АВ. Существование и единственность.
5. Логическое следование и его свойства.
6. Исчисление высказываний в секвенциальной форме: язык, формулы, секвенции, правила вывода.
7. Теорема дедукции для ИВ. Допустимые правила вывода.
8. Непротиворечивость классического исчисления высказываний.
9. Теорема о полноте ИВ.
10. Разрешимость классического исчисления высказываний.
11. Доказательство независимости аксиом исчисления высказываний методом интерпретации.
12. Предикаты и функции. Формулы алгебры предикатов данной сигнатуры.
13. Интерпретация формул исчисления предикатов. Истинные и ложные в данной интерпретации формулы. Общезначимые и выполнимые формулы.
14. Равносильность формул. Основные равносильности формул алгебры предикатов.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

основная:

1. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. – М. МЦНМО, 2002. – 288 с.
2. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
3. Клини С.К. Математическая логика. М.: Мир, 1973. – 480с.
4. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М.: Мир, 1983. – 256 с.
5. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1975.– 320 с.

дополнительная:

1. Баранова М.А., Дулатова З.А., Лапшина Е.С. Логика формальная и математическая. Сборник задач. – Иркутск, 2005. – 111 с.

2. Дулатова З.А., Морозов А.С. Математическая логика. Часть 1. Учеб. пособие. – Иркутск: ИГПИ, 1994. – 79 с.
3. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. – М.: Просвещение, 1986. – 158 с.
4. Линдон Р. Заметки по логике. – М.: Мир, 1968. – 128 с.
5. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.:Наука, 1965. – 392 с.
6. Столл Р.Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. – М.: Просвещение, 1968. – 330 с.
7. Успенский В.А. Машина Поста. – М.: Наука, 1988. – 96 с.

Электронно-программные средства:

Электронный курс дискретной математики.

<http://olddesign.isu.ru/~slava/do/disc/curshome.htm>

Утверждено на заседании кафедры

(протокол № 4 от 20.12.2006 г.)

Зав. кафедрой

(подпись)

Дулатова З.А.

(расшифровка)

Утверждено на заседании

Совета факультета

(протокол № 4 от 27.12.2006 г.)

Председатель Совета

Кузьмина Н.Д.

(расшифровка)